Ecuaciones exponenciales

Una **ecuación exponencial** es aquella en la que la **incógnita** aparece en el **exponente**.

Para **resolver una ecuación exponencial** vamos a tener en cuenta:

1 $a > 0 \qquad a \neq 1$

2 $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$

3 Las **propiedades de las potencias**.

$a^0 = 1$ ·

$a^1 = a$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$a^n : b^n = (a : b)^n$

Ejemplos de ecuaciones exponenciales:

1.- $2^{2x-1} = 4$

$2^{2x-1} = 2^2 \qquad 2x-1=2 \qquad x = \frac{3}{2}$

$\sqrt[2x-1]{3^{x-3}} = \sqrt{27}$

$3^{\frac{x-3}{2x-1}} = 3^{\frac{3}{2}} \qquad \frac{x-3}{2x-1} = \frac{3}{2} \qquad x = -\frac{3}{4}$

2.- $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$

$2^x \cdot 2 + 2^x + \frac{2^x}{2} = 28$

$2^x\left(2+1+\frac{1}{2}\right) = 28$

$2^x \cdot \frac{7}{2} = 28 \qquad 2^x = 2^3 \qquad x = 3$

3.- $2^{2x+1} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$

$2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$

$2^x = t \qquad 2^{2x} = \left(2^x\right)^2 = t^2$

$2t^2 - 3t + 1 = 0 \quad \begin{cases} t_1 = \frac{1}{2} \\ t_2 = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2^x = \frac{1}{2} \\ 2^x = 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x_1 = -1 \\ x_2 = 0 \end{matrix}$

3.- $2-3^{-x}+3^{x+1}=0$

$$2-\frac{1}{3^x}+3\cdot 3^x=0$$

$3^x=t$

$$2-\frac{1}{t}+3\cdot t=0$$

$$3t^2+2t-1=0$$

$t_1=-1$ $\quad$ $3^x=-1$ $\quad$ sin solución

$t_2=\frac{1}{3}$ $\quad$ $3^x=\frac{1}{3}$ $\quad$ $x=-1$

¡¡IMPORTANTE!!

Para despejar una incógnita que está en el exponente de una potencia, se toman logaritmos cuya base es la base de la potencia.

$a^x=b$

$\log_a a^x=\log_a b$ $\quad$ $x\log_a a=\log_a b$ $\quad$ $x=\log_a b$

Ej: $10^{x+2}=5$

$\log 10^{x+2}=\log 5$

$(x+2)\log 10=\log 5$

$(x+2)=\log 5$

$x=\log 5-2=-1.3010$